

2.0-12:

Wann ist Erdschwerkung halbiert? $r = ?$

$$\frac{1}{2}g = G \cdot \frac{m_{\text{Erde}}}{r^2}$$

$$r^2 = 2G \cdot \frac{m_{\text{Erde}}}{g}$$

$$r = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{kg}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$= 9\,017\,663 \text{ m}$$

$$= 9\,017,66 \text{ km}$$

Abstand zur Erde

$$\text{Abst} = r - r_{\text{Erde}}$$

$$= 9\,017,66 \text{ km} - 6\,371,08 \text{ km}$$

$$= 2\,646,63 \text{ km}$$

2.0-13: 3. Keplersches Gesetz:

$$\frac{T_E^2}{T_H^2} = \frac{r_E^3}{r_H^3}$$

gesucht: T_H

$$T_H = \sqrt{T_E^2 \cdot \frac{r_H^3}{r_E^3}}$$

$$T_E = 1 \text{ Jahr} = (\text{Annahme})$$

$$= \sqrt{1 \cdot \frac{(227,94 \cdot 10^6 \text{ km})^3}{(149,6 \cdot 10^6 \text{ km})^3}} \cdot \text{Annahme}$$

$$= 1,81 \text{ a}$$

2.0.9:

$$d_{\text{Erde}} = 3 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{Vorspätung: } 22 \text{ min} = 1320 \text{ sec.}$$

$$\frac{d}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^{11} \text{ m}}{1320 \text{ sec}} = 2,27 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Lichtgeschwindigkeit im Röm.}$$

heutige Lichtgeschwindigkeit:

$$2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} \text{Abweichung} \quad c_{\text{heute}} - c_{\text{Röm.}} &= 2,99 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2,27 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= 0,52 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

in Prozent 17 %

2.0-11:

$$\text{Erdbeschleunigung } g = G \cdot m_{\text{Erde}} \cdot \frac{1}{r_{\text{Erde}}^2}$$

Flugweg 10 km über Boden

$$\begin{aligned} r &= r_{\text{Erde}} + 10\,000 \text{ m} = 6\,371,03 \text{ km} + 10 \text{ km} \\ &= 6\,381,03 \text{ km} \end{aligned}$$

$$m_{\text{Erde}} = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g &= G \cdot \frac{m_{\text{Erde}}}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6\,381\,030 \text{ m})^2} \\ &= 9,116 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} = 9,186 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

$$\text{Ansatz: } g/2 = G \cdot \frac{m_{\text{Erde}}}{r^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{2 G m_{\text{Erde}} / g}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{9,81 \text{ m/s}^2}}$$

$$= 9,02 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Abstand zur Erdoberfläche:

$$r - \text{Erdradius} = 9,02 \cdot 10^6 \text{ m} - 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} \\ = 2,65 \cdot 10^6 \text{ m} = \underline{2650 \text{ km}}$$

Aufgabe 2.0-13: Die Erde läuft in einem Jahr um die Sonne. Wenn man die Erdbahn als Kreis annimmt ($r_E = 149,60 \cdot 10^6 \text{ km}$) und die Marsbahn ebenfalls ($r_M = 227,94 \cdot 10^6 \text{ km}$), wie lange dauert dann das Marsjahr?

Lösung Aufgabe 2.0-13: Das 3. Keplersche Gesetz liefert den Zusammenhang zwischen den großen Halbachsen

39

(Bahnradien) und den Umlaufzeiten: $= a$

$$T_E^2 / r_E^3 = T_M^2 / r_M^3 \Rightarrow T_M = \sqrt{r_M (T_E^2 / r_E^3)} = 1,88 a.$$

3. Keplersches Gesetz

$$\frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{A_1^3}{A_2^3}$$

$$r_E = A_1$$

$$r_M = A_2$$

$$U_1 = T_{\text{Erde}}$$

$$U_2 = T_{\text{Mars}}$$

$$\Rightarrow U_{\text{Erde}} = 149,60 \cdot 10^6 \text{ km} / 1 a$$

$$U_{\text{Mars}} = 227,94 \cdot 10^6 \text{ km} / ? a$$

$$\Rightarrow \frac{U_{\text{Erde}}^3}{r_{\text{Erde}}^3} = \frac{U_{\text{Mars}}^3}{r_{\text{Mars}}^3}$$

$$U_{\text{Mars}} = \sqrt[3]{r_{\text{Mars}} (T_{\text{Erde}}^2 / r_{\text{Erde}}^3)}$$

$$= \sqrt[3]{227,94 \cdot 10^6 \text{ km} \left(\frac{149,60 \cdot 10^6 \text{ km}}{1 a} \right)^2 / (23,81 \cdot 10^6 \text{ km}^3)} \\ = 1,88 a$$

$$U = 2 \pi r$$

$$r = \frac{U}{2 \pi}$$

$$r_E = \frac{149,60 \cdot 10^6 \text{ km}}{2 \pi}$$

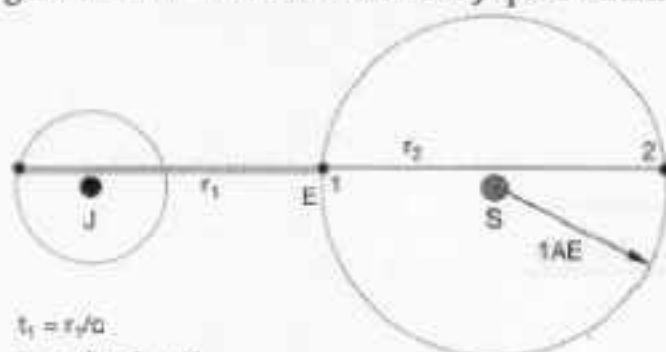
$$= 23\,809\,579 \text{ km}$$

$$r_M = \frac{227,94 \cdot 10^6 \text{ km}}{2 \pi}$$

$$= 36\,277\,778 \text{ km}$$

40

grunde: War die Erde weit vom Jupiter entfernt (Position



$$t_1 = r_1/c$$

$$t_2 = r_2/c = t_1 + \Delta t$$

$$\Delta t = 2AE/c$$

2), kam der Jupitermond 22 Minuten später zum Vorschein, wie wenn die Erde dem Jupiter nah war (Position 1). Zur Zeit Römern ging man von einem Durchmesser der Erdbahn von $3 \cdot 10^{11}$ Meter aus. Wie weicht dieses Ergebnis vom heute bekannten Wert der Lichtgeschwindigkeit ab?

Lösung Aufgabe 2.0-9:

$$c = d/\Delta t = (3 \cdot 10^{11} \text{ m}) / (22 \cdot 60 \text{ s}) = 2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

Abweichung ca. 25 %.

in meiner Rechnung 17 %.

S. Beiblatt II
Lösungen

37

Aufgabe 2.0-10: Von welcher Eigenschaft der Materie hängt die Gravitationskraft ab?

Lösung Aufgabe 2.0-10: Von der Masse.

Aufgabe 2.0-11: Wie groß ist die „Erdbeschleunigung“ in einem Flugzeug, das 10 km über Grund fliegt?

Lösung Aufgabe 2.0-11: Die Gravitationskraft ist in 10 km Höhe

$$m_{\text{Ode}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$r_{\text{Erde}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$F_{\text{Gravitation}} = G \cdot \frac{m_{\text{Erde}} m}{(r + 10000 \text{ m})^2} = 9,80 \text{ m/s}^2 \cdot (m)_{\text{Flasche}}$$

Aufgabe 2.0-12: In welcher Entfernung von der Erde ist die Erdbeschleunigung g halbiert?

Lösung Aufgabe 2.0-12: Für die Erdoberfläche gibt man in der Regel g als Erdbeschleunigung an. Dabei wird ein Teil Gleichung der Gravitationskraft zusammengefasst.

$$F_{\text{Gravitation}} = mg = G \cdot \frac{m_{\text{Erde}} m}{r^2}$$

38

$$\Rightarrow 81 \cdot (d - r_R)^2 - r_R^2 = 0$$

$$81 \cdot (d^2 - 2dr_R + r_R^2) - r_R^2 = 0$$

$$81d^2 - 2 \cdot 81dr_R + 81r_R^2 - r_R^2 = 0$$

$$81d^2 - 2 \cdot 81dr_R + 80r_R^2 = 0 \quad | : 81$$

$$\underbrace{\left(\frac{80}{81}\right)}_a r_R^2 - \underbrace{(2d)}_b r_R + \underbrace{(d^2)}_c = 0$$

Quadratische Formel (s. Formelsammlung)

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

da r_R gesucht wird danach aufgelöst:

$$r_{R,1,2} = \frac{2d \pm \sqrt{4d^2 - 4 \cdot \frac{80}{81} \cdot d^2}}{2 \cdot \frac{80}{81}}$$

$$= \frac{81}{80} d \pm \sqrt{\frac{4d^2 - 4 \cdot \frac{80}{81} d^2}{\left(2 \cdot \frac{80}{81}\right)^2}}$$

$$= \frac{81}{80} d \pm \sqrt{\frac{4d^2}{4 \left(\frac{80}{81}\right)^2} - \frac{4 \cdot \frac{80}{81} d^2}{4 \left(\frac{80}{81}\right)^2}}$$

$$= \frac{81}{80} d \pm d \sqrt{\left(\frac{81}{80}\right)^2 - \frac{81}{80}}$$

$$\Rightarrow r_{R,1} = \left(\frac{81}{80} + \sqrt{\left(\frac{81}{80}\right)^2 - \frac{81}{80}}\right) d = (1,0125 + 0,1125) d = 1,125 d$$

$$r_{R,2} = (1,0125 - 0,1125) d = 0,9 d$$

$r_{R,1}$ kann nicht sein, da der Abstand zwischen Raumschiff und Erde (r_R) nicht größer sein darf als Abstand Mond zu Erde (d)

$\Rightarrow r_{R,2}$ ist die Lösung.

$$r_{R,2} = 0,9 \cdot 3,8 \cdot 10^8 \text{ m} = 3,42 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Aufgabe 2.0.7:

$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 3 \text{ kg}$$

$$r = 2 \text{ m}$$

ges: Gravitationskraft zwischen den Körpern?

$$F_G$$

a_{m_1}, a_{m_2} Beschleunigung

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1 \text{ kg} \cdot 3 \text{ kg}}{(2 \text{ m})^2} = 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

$$a_{m_1} = \frac{F_G}{m_1} = 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{1}{1 \text{ kg}} = 5,0 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{m_2} = \frac{F_G}{m_2} = \frac{5,0 \cdot 10^{-11} \text{ N}}{3,0 \text{ kg}} = 1,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Aufgabe 2.0.8:

$$m_{\text{Erde}} = 81 m_{\text{Mond}}$$

$$d = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Raumfahrt ist da frei von Krüpfen

$$\text{Denn } F_{G_{\text{Erde}}} = F_{G_{\text{Mond}}}$$

Abstand Erde zu Raumfahrt: r_R

$$\underbrace{G \cdot \frac{m_R \cdot m_E}{r_R^2}}_{F_{G_{\text{Erde}}}} = \underbrace{G \cdot \frac{m_R \left(\frac{m_E}{81} \right)}{(d - r_R)^2}}_{F_{G_{\text{Mond}}}} \quad | : G, : m_R$$

$$\Rightarrow \frac{m_E}{r_R^2} = \frac{\frac{m_E}{81}}{(d - r_R)^2}$$

$$\frac{m_E}{r_R^2} = \frac{\frac{m_E}{81}}{(d - r_R)^2} = 0$$

$$\frac{81(d - r_R)^2 - r_R^2}{r_R^2 (d - r_R)^2 - 81} = 0$$

| auf eine Seite bringen damit = 0

| auf einen Nenner bringen
und $\cdot \frac{1}{m_E}$ damit m_E wegfällt.

damit ein Produkt Null wird
muss der Zähler Null sein.

Der Nenner darf nie Null werden
(vgl. Mathematik, man darf nicht
durch Null teilen, da Ergebnis
unbekannt)

Lösung Aufgabe 2.0-7: $F_G = 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ N}$,

$$a_{1\text{kg}} = 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ N} / 1 \text{ kg} = 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2,$$

$$a_{3\text{kg}} = 5,0 \cdot 10^{-11} \text{ N} / 3 \text{ kg} = 1,67 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2.$$

Aufgabe 2.0-8: An welchem Punkt zwischen Erde und Mond würde ein Raumschiff keine Kraft spüren. (Daten: $m_{\text{Erde}} = 81 m_{\text{Mond}}$ Abstand Erde-Mond $d = 3,8 \text{ e8 m}$.)

Lösung Aufgabe 2.0-8: Das Raumschiff scheint dort kräftefrei zu sein, wo die Gravitation durch Erde und Mond sich gerade aufheben: $F_{G, \text{Mond}} = F_{G, \text{Erde}}$ Wenn der Abstand zwischen Erde und Raumschiff r_E ist gilt:

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

[N]

siehe
Bubla N
lösungen!



35

$$G \cdot \frac{m_R m_E}{r_E^2} = G \cdot \frac{m_R (m_E / 81)}{(d - r_E)^2}$$

$$\alpha \quad (80/81) r_E^2 - (2d r_E + d^2) = 0 \quad (x^2 + b x + c = 0)$$

$$r_{E,1,2} = (-2d \pm \sqrt{4d^2 - 4(80/81)d^2}) / (2(80/81))$$

$$r_{E,1} = 4(9/8)d \quad \text{zu groß, keine Lösung}$$

$$r_{E,2} = (9/10)d = 0,9 \cdot 3,8 \cdot 10^8 \text{ m} = 3,42 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Formelsammlung!

lösung ist richtig

Aufgabe 2.0-9: Ole Römer hat die Lichtgeschwindigkeit (c) aufgrund der Verspätung des Jupitermonds Io bestimmt. Folgende Werte legte er seinen Berechnungen zu-

Aufgaben

Aufgabe 2.0-1: Wie lautet das Gravitationsgesetz und was beschreibt es? Geben Sie bitte die mathematische Formel an und machen Sie eine Skizze.

Lösung Aufgabe 2.0-1: Bitte sehen Sie in Ihrem Manuskript nach.

Folie 13

$$F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Anziehungskraft der Massen m_1, m_2

Aufgabe 2.0-2: Welche Gesetz (math. Gleichung) beschreibt die Aussage: Kräfte beschleunigen Körper?

Folie 14

Lösung Aufgabe 2.0-2: $F = ma$ ← und $Stärke$

Aufgabe 2.0-3: Was war die besondere Idee Tycho Brahes?

Lösung Aufgabe 2.0-3: Zu seiner Zeit war unklar, ob die Erde oder die Sonne im Mittelpunkt steht. Seine Zeitgenossen diskutierten die Frage philosophisch, er beschloss Messungen durchzuführen und zu sehen, welche These durch die Messungen bestätigt wird. Außerdem hat er Johannes Kepler mit den Berechnungen beauftragt, obwohl der anderer Meinung war als er selber; Brahe glaubte an das geozentrische Weltbild, Kepler an das heliozentrische.

+ Folie 16

33

Aufgabe 2.0-4: Wie lauten die drei Keplerschen Gesetze?

Folie 18, 19, 20

Lösung Aufgabe 2.0-4: Bitte sehen Sie in Ihrem Manuskript nach.

Aufgabe 2.0-5: Wer konnte als erster die Erde „wiegen“ und wie hat er das gemacht? Erklärung und Skizze des Versuchsaufbaus.

Folie 27

Lösung Aufgabe 2.0-5: Das war Cavendish mit seiner „Gravitationswaage“.

Aufgabe 2.0-6: Zwischen Erde und Sonne wirkt eine anziehende Kraft. Warum bewegen sich beide nicht aufeinander zu?

Folie 22

Lösung Aufgabe 2.0-6: Die Fliehkraft der Erdbewegung ist mit der Anziehungskraft im Gleichgewicht.

Aufgabe 2.0-7: Zwei Kugeln mit den Massen 1,0 kg und 3,0 kg liegen auf einem Tisch. Der Abstand der Mittelpunkte beträgt 2 m. Wie groß ist die Gravitationskraft zwischen den Kugeln. Wie groß ist die Beschleunigung der Kugeln, wenn sie reibungsfrei auf dem Tisch gleiten?

⇒ Cavendishs Experiment
siehe Lösungen Blatt!

34

Aufgabe 30-2:

- Newton'sches Gravitationsgesetz:

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Lokale Feldtheorie

$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

Unterschied zu Newton: - Potential und nicht Kraft wird betrachtet.

- Nur für eine Masse, nicht Beziehung zwischen drei Massen.

- Verallgemeinerung von Newton

- Prinzip der kleinsten Wirkung

$$\int_{t_1}^{t_2} L dt = 0$$

Unterschied: - Verallgemeinerung von Newton und Feldtheorie:
Nicht Potential/Kraft wird betrachtet
sondern Wirkung (Differenz $E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}$).

Aufgabe 3.0-2:

Drei Formulierungen d. Gravitationsgesetzen:

(1) $F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ Blk 13

(2) $F = m \cdot g$

(3) $G = \frac{F_{m_E}}{r^2} m_{\text{Körper}}$ (S. 136, Kuckling)

Unterschiede

Aufgaben

- ✓ Aufgabe 3.0-1: Nennen Sie ein Beispiel für verschiedene Phänomene, bei denen gezeigt werden kann, dass ihre Aussagen mathematisch identisch sind.

- Kraft richtung und Flächensatz sind identisch Bl. 44

Lösung Aufgabe 3.0-1: Bitte sehen Sie in Ihrem Manuskript nach.

- ✓ Aufgabe 3.0-2: Wie heißen die drei vorgestellten Formulierungen des Gravitationsgesetzes?

Lösung Aufgabe 3.0-2: Bitte sehen Sie in Ihrem Manuskript nach.

Siehe Beiblatt

- ✓ Aufgabe 3.0-3: Nennen Sie die Unterschiede bei den 3 Formulierungen des Gravitationsgesetzes.

Lösung Aufgabe 3.0-3: Bitte sehen Sie in Ihrem Manuskript nach.

Siehe Beiblatt

53

4 Etwas Mathematik

4.1 Steigung und Ableitung

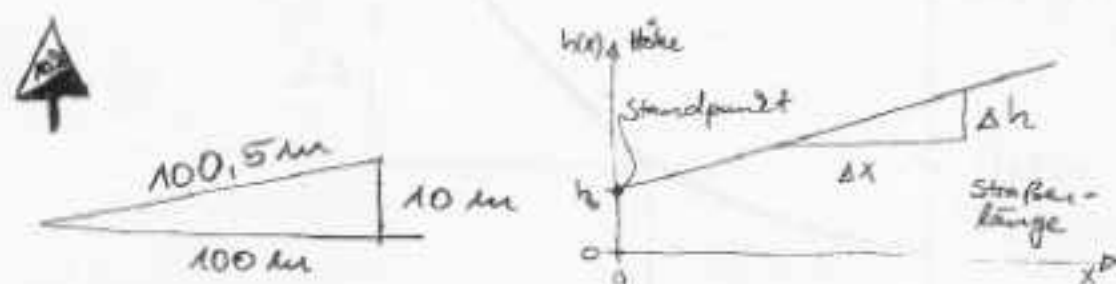


Abb. 4-1: Links: Steigungsangabe auf einem Straßenschild. 10 % Steigung bedeutet, dass auf 100 m die Straße um 10 m steigt. Rechts: Steigung in einem abstrakten Funktionsgraphen.

Geradengleichung: $h(x) = h_0 + a \cdot x$, mit $a = \Delta h / \Delta x$ als Steigung und h_0 als Achsenabschnitt. Der Querschnitt der Straße ist Graph der Geradenfunktion.

54

Straße durch ein parabelförmiges Tal:

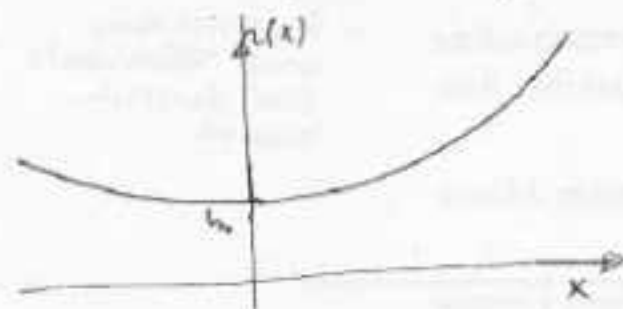


Abb. 4-2: Parabelförmiges Straßenprofil.

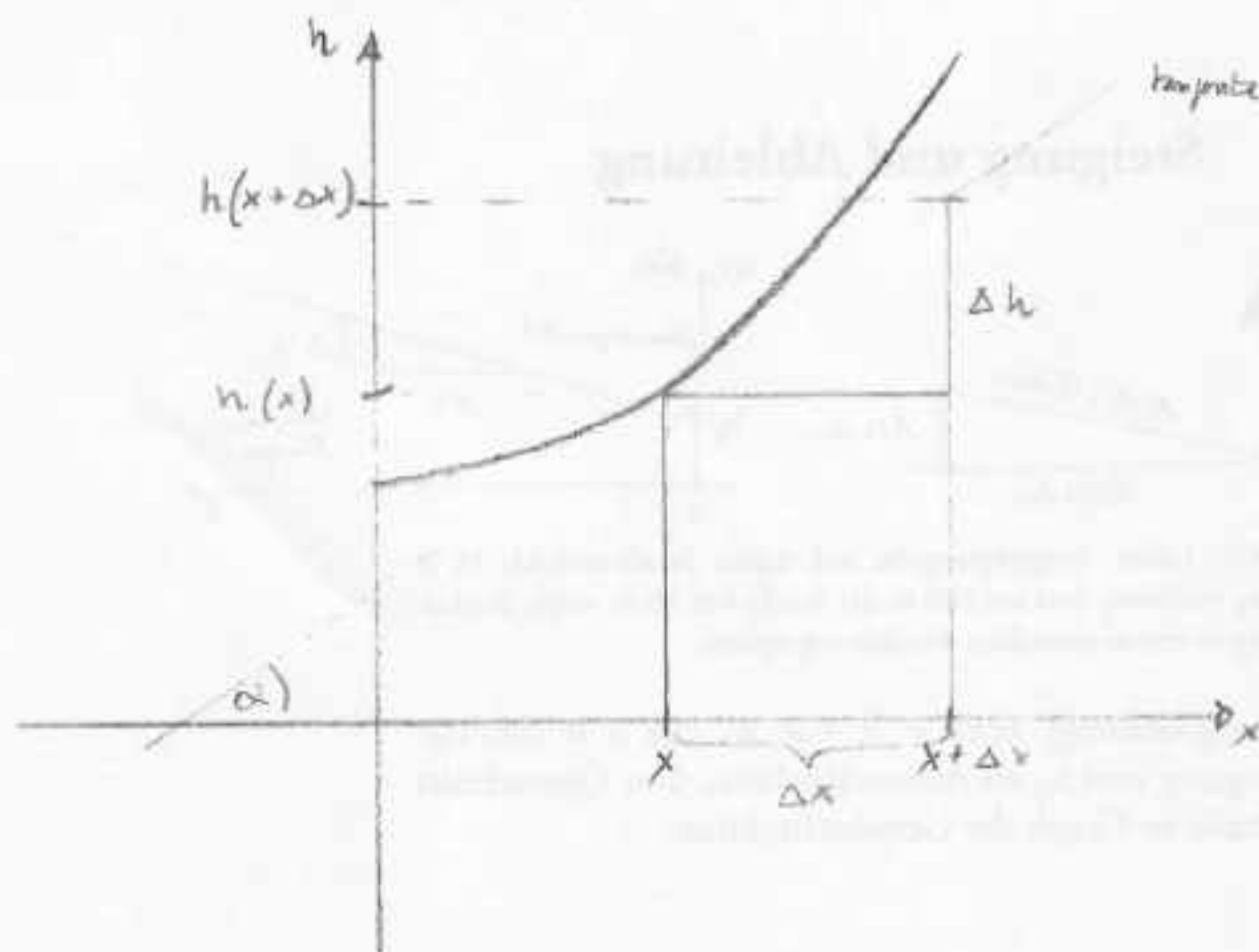
Parabelgleichung: $h(x) = h_0 + b \cdot x^2$

Wie groß ist hier die Steigung? Überall verschieden. Statt einer Steigung muss die Ableitung der Funktion $h(x)$ angegeben werden.

Δx muss klein sein, um die Steigung zu bestimmen, eigentlich $\Delta x \rightarrow 0$. Das geht mathematisch aber nicht physikalisch. ($\rightarrow$ Werte kleine sind für Auto nicht relevant!)

55

Graphische Steigungsbestimmung



56

Beachten: $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} y_a z_b - z_a y_b \\ z_a x_b - x_a z_b \\ x_a y_b - y_a x_b \end{pmatrix}, \text{ kart. Koordinaten}$$

4.7 Aufgaben *alle Lösungen s. Beiblatt*

Aufgabe 4.7-1: Sind die 100 Meter bei der Steigungsbestimmung für die Prozentangabe auf einem Verkehrsschild längs der Straße gemessen oder genau waagrecht, sozusagen längs der Landkarte? Der Unterschied ist gering, messen Sie ihn an einer Zeichnung. Wie wäre er zu berechnen?

Aufgabe 4.7-2: Gibt es bei Verkehrsschildern Steigungen von 100 Prozent oder von 1 Prozent? Welche Steigung hat eine senkrechte Wand? Machen Sie sich klar, dass Prozent keineswegs Grad bedeuten und dass man Steigungen nicht nach dem Dreisatz in Winkel umrechnen kann oder umgekehrt.

Aufgabe 4.7-3: Warum wäre es etwas ungenau, den Abstand x durch km-Steine an der Straße zu kennzeichnen? Wie ungenau wäre es? Geben Sie ein Beispiel an.

Aufgabe 4.7-4: Machen Sie sich die Gleichung „ $h = h_0 + a \cdot x$ “ ganz klar. Was bedeutet hier h_0 ? Wie hoch liegt der km-Stein 1?

Aufgabe 4.7-5: Summieren Sie die e-Reihe bis $1/6!$ mit Ihrem Taschenrechner. Wie groß ist ungefähr der Fehler, den Sie durch den Abbruch der Reihe machen?

Aufgabe 4.7-6: Berechnen Sie e^2 näherungsweise indem Sie die Reihensumme bis zum Glied $x^6/6!$ berechnen. Wie groß ist ungefähr der Fehler den Sie durch den Abbruch der Reihe machen?

Aufgabe 4.7-7: Wie groß ist der Winkel 1 rad im Gradmaß? Wie groß ist der Winkel 1 Grad im Bogenmaß?

Aufgabe 4.7-8: Ab welchem Winkel α ist der Fehler durch die Näherung $\alpha \approx \sin \alpha$ bzw. $\alpha \approx \tan \alpha$ kleiner als 1 Prozent?

Aufgabe 4.7-9: Können Sie anhand der Reihenentwicklung der Sinusfunktion zeigen, dass die Ableitung des Sinus die Kosinusfunktion ergibt?

Aufgabe 4.7-10: Wie verhalten sich die Ableitungen einer Funktion und ihrer Umkehrfunktionen zueinander? (Die Umkehrfunktion entspricht grafisch der Spiegelung einer Funktion an der 1. Winkelhalbierenden.)

79

Aufgabe 4.7-11: Wann ist das Skalarprodukt zweier Vektoren Null, obwohl beide Vektoren eine endliche Länge haben? Wann ist das Skalarprodukt gleich dem Produkt der Beträge von zwei Vektoren?

Aufgabe 4.7-12: Wann ist das Vektorprodukt zweier Vektoren Null?

(Für dieses Kapitel werden keine Lösungen angegeben, da die Mathematikaufgaben nicht prüfungsrelevant sind.)

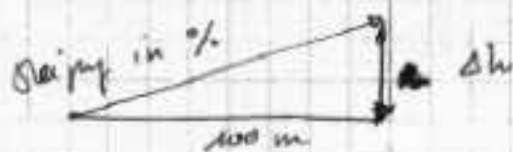
Lösungen

Für dieses Kapitel werden keine Lösungen angegeben. Die Matheaufgaben sind nicht prüfungsrelevant und dienen nur der Wiederholung. Antworten finden Sie in jedem Mathematikbuch.

80

4.7. Aufgaben

4.7-1: 100 m hinweisen auf Höhenmeter



$$h(x) = h_0 + a \cdot x$$

→ Steigung ist 1. Ableitung

$$\frac{dh}{dx} = h'(x) = a \quad \rightarrow \text{Berechnung}$$

4.7-2:

→ Nein, es gibt keine Verkehrsschilder mit 1 als 100 %-Steigung.

→ entwecke Wand hat 100 %-Steigung.

4.7-3:

- Steigung ist auf 100 m genau angegeben

⇒ auf 1 km kann Straße ~~steil~~ steil werden und wieder abfallen
dann wäre mittlere Steigung = 0.

→ 10 x ungenauer, da $1000 : 100 = 10$

→ Berg- und Talfahrt.

4.7-4:

h_0 = Ausgangshöhe (siehe Folie 54)

km - Steilm 1 = da sich $h(x)$ auf 100 m erhöht ist 1 km = 10 · x

$$\Rightarrow h(10) = h_0 + a \cdot 10$$

4.7-5:

$$\begin{aligned} e(1) &\approx 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1^2}{2!} + \frac{1^3}{3!} + \frac{1^4}{4!} + \frac{1^5}{5!} + \frac{1^6}{6!} \\ &\approx 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} \\ &\approx 2,72 \end{aligned}$$

$$e(1) = 2,72$$

⇒ Fehler ist sehr gering (durch aufsummieren bis $\frac{1}{6!}$ nicht erkennbar).

4.7-6:

$$\begin{aligned} e(2) &\approx 1 + \frac{2^1}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^5}{5!} + \frac{2^6}{6!} \\ &\approx 1 + 2 + 2 + \frac{8}{6} + \frac{16}{24} + \frac{32}{120} + \frac{64}{720} \\ &\approx 7,3556 \end{aligned}$$

$$e(2)_{\text{TR}} = 7,3891$$

⇒ Fehler 0,0334 oder 2,21 %.

Vermutung: Fehler wird größer je größer x wird bei e^x !

4.7-7

$$1 \text{ rad} = \frac{b}{r} \quad \text{wenn } b=r$$

Umwandlung in °:

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,29578^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0,0174532 \text{ rad}$$

5.4-1

4 Fundamentalgrößen des SI-Systems

① Länge l , gemessen in m (Meter)

② Zeit t , gemessen in s (Sekunden)

③ Masse m , gemessen in kg (Kilogramm)

④ Kraft $\vec{F}$, gemessen in N (Newton) = $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

5.4-2

80 km/h $\frac{\text{m}}{\text{s}}?$

$$80 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.4-3

Kupferdichte $8,93 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ in $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$8,93 \cdot \frac{0,001 \text{ kg}}{0,000 001 \text{ m}^3} = 8,93 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

5.4-4

$$15000 \text{ kg} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ kg} = 1,5 \text{ e}4 \text{ kg}$$

$$0,0030 \text{ m} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,0 \text{ e}-3 \text{ m}$$

$$2600000 \text{ m} = 2,6 \cdot 10^6 \text{ m} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$34000 \text{ J} = 3,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

4.7-8:

$$\alpha \approx \sin \alpha$$

$$\text{Fehler} < 1\%$$

$$\alpha \approx \tan \alpha$$

bei $\alpha =$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \quad \text{im Kreis}$$

y = Gegenkathete

r = Hypotenuse = Radius

$$(1) \tan \alpha = \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$(1) \text{ gilt nur wenn } \cos \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = 1 \quad \text{bei} \quad \alpha = 0^\circ$$

$$\text{wenn } \alpha = 0^\circ, \text{ dann } \tan \alpha = \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow \text{Fehler ist } < 1\% = 0\%$$

4.7-9:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Ableitung der Reihendarstellung:

$$\sin x' = 1 - \cancel{3} \cdot \frac{x^2}{3!} + \cancel{5} \cdot \frac{x^4}{5!} - \cancel{7} \cdot \frac{x^6}{7!} + \dots$$

$$= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$$

4.7-10:

grafisch:

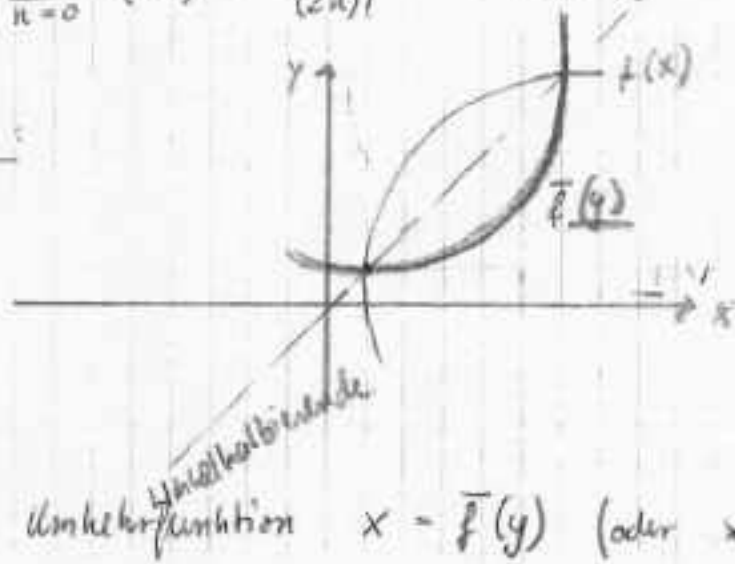


SchauBild spiegelt
Sich am der 1.
Linielhalbierenden!

$$y = f(x) ; \text{ Umkehrfunktion } x = \bar{f}(y) \quad (\text{oder } x = f^{-1}(y))$$

Ableitungen:

$$y = f(x)$$

$$y' = f'(x)$$

$$\Leftrightarrow x = f(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

$$x' = f'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

Die Ableitungen verhalten sich wie ihre Stammfunktionen,
~~die~~ sind aber für $y = x$ parallel.

4.7-11:

Skalarprodukt zweier Vektoren ist Null wenn

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \text{ wenn } \vec{a} \perp \vec{b} \text{ (} \vec{a} \text{ ist senkrecht zu } \vec{b} \text{)}$$

$$\text{oder } \vec{a} = \vec{0} \text{ oder } \vec{b} = \vec{0}.$$

4.7-14:

$$\text{Dann ist } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Immer, außer } \vec{a} \perp \vec{b} \text{ oder } \vec{a} = \vec{0} \text{ oder } \vec{b} = \vec{0}.$$

4.7-12:

$$\text{Dann ist } \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}?$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \text{ wenn } \vec{b} = k \cdot \vec{a}, k \in \mathbb{R}$$

$$\text{oder } \vec{a} = \vec{0} \text{ oder } \vec{b} = \vec{0}.$$

Aufgaben zu Arbeit und Energie

- ① "Leistung" ist Arbeit bzw. Energie pro Zeiteinheit.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \left[\frac{J}{s} = \text{Watt} \right]$$

- ② Arbeit / Energie hängt nur von Endpunkten ab!
→ NEIN ($F \cdot r = \text{const.}$)

- ③ Dissipatives Kraftfeld → Endpunkte und Weg
konservatives Kraftfeld → Endpunkte

- ④ Stein: $m = 2 \text{ kg}$ $E_{\text{pot}} = ?$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

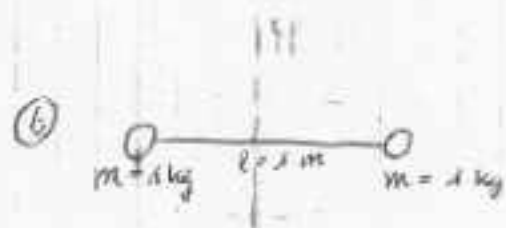
$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot h = 2 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m} \\ &= 39,24 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 39,24 \text{ J} \end{aligned}$$

- ⑤ Auto $m = 1,200 \text{ kg}$

$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{kin}} = ?$$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,200 \text{ kg} \cdot \left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 540,000 \text{ J} \\ &= 540 \text{ kJ} \end{aligned}$$



$$\text{Frequenz } f = 2 \frac{1}{s}, \quad r = 0,5 \text{ m}$$

$$E_{\text{rot}} = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \omega r$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow v = 2\pi f \cdot r = 2\pi \cdot 2 \frac{1}{s} \cdot 0,5 \text{ m} = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 19,74 \text{ J}$$

⑦ Scheibe: $m = 2 \text{ kg}$
 $d = 1 \text{ m}$
 $f = 2 \frac{1}{3}$

$$\vec{v} = 2\pi f \cdot r = 2\pi \cdot 2 \frac{1}{3} \cdot 0,5 \text{ m} = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot \left(2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 39,5 \text{ J}$$

⑧ Walze: $m = 5 \text{ kg}$
 $h = 1 \text{ m}$

$$E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{const.}$$

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v^2 = \frac{m \cdot g \cdot h}{\frac{1}{2} m}$$

$$v = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot h}{\frac{1}{2} m}} = \sqrt{\frac{5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}}{\frac{1}{2} 5 \text{ kg}}}$$

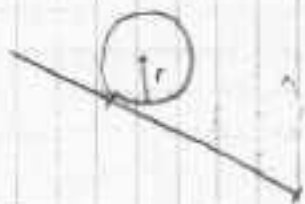
$$= \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 4,43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

③ Halbe $m = 5 \text{ kg}$

$r = 2 \text{ cm}$

Halbe $h = 1 \text{ m}$

$v = ?$ $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



$$E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}} = \text{const}$$

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{Halb: } I_{\text{Zyl}} = \frac{1}{2} m \cdot r^2 = \frac{1}{2} 5 \text{ kg} (2 \text{ cm})^2 = 10 \text{ kg cm}^2 = 0,001 \text{ kg m}^2$$

$$\omega = \frac{v_r}{r}$$

$$v_r = v$$

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$m \cdot g \cdot h = \left(\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} I \cdot \frac{1}{r^2}\right) v^2$$

$$v^2 = \frac{m \cdot g \cdot h}{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} I \cdot \frac{1}{r^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot h}{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} I \cdot \frac{1}{r^2}}} = \sqrt{\frac{5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}}{\frac{1}{2} 5 \text{ kg} + \frac{1}{2} \cdot 0,001 \text{ kg m}^2 \cdot \frac{1}{(0,02 \text{ m})^2}}}$$

$$= \sqrt{13,08 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 3,62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

④ Beim Rollen wird zusätzlich noch Rotationsenergie frei

→ die kinetische Energie und damit die Geschwindigkeit ist kleiner als beim Gleiten.

11

$$\begin{aligned} m_{\text{Stirn}} &= 4 \text{ kg} \\ v &= 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t &= 1 \text{ s} \end{aligned}$$



Leistung $P = \frac{W}{t} = \frac{E_{\text{kin}}}{t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$$F_g = m \cdot g = 4 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 39,24 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$

$$P = F_g \cdot v = 39,24 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 39,24 \text{ W}$$

12



$x = 5 \text{ cm}$, Feder max

für D?

$$m_c = 1 \text{ kg}$$

$$v_k = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_A = \text{const}$$

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D x^2 = \text{const}$$

Feder gespannt: $v_1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} D x^2 = \text{const}$

Feder entspannt: $x = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \text{const}$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 2 \text{ J}$$

$$2 \text{ J} = \frac{1}{2} D x^2 \quad | \cdot 2$$

$$\rightarrow D = \frac{2 \text{ J}}{(5 \text{ cm})^2} = \frac{4 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}}{(0,05 \text{ m})^2} = 1600 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

⑬ Ruheenergie von 1 g Dreie:

$$E_0 = m \cdot c^2 \\ = 0,001 \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 9 \cdot 10^{13} \text{ Nm} = 9 \cdot 10^{13} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

20 J/kWh

$$9 \cdot 10^{13} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot \underbrace{0,001}_{\text{KWh}} \cdot \underbrace{\frac{1}{3600}}_{\text{h}} = 25\,000\,000 \text{ kWh}$$

$$\Rightarrow 0,2 \text{ DU} \cdot 25\,000\,000 \text{ kWh} = 5,0 \text{ Mio DU}$$

⑭ Feder $D = 1.000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ Δm ?

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$E = \frac{1}{2} D x^2$$

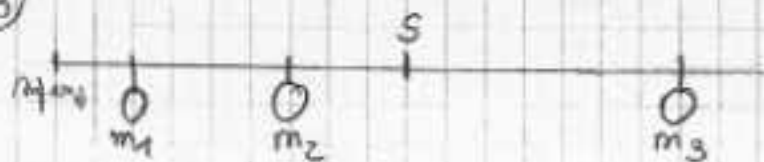
$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{\frac{1}{2} D x^2}{c^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,1 \text{ m})^2}{\left(3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$= 5,56 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$$

⑮ Wenn alle angreifenden Kräfte $\vec{F}_i = 0$ sind.

⑯ stabiles Gleichgewicht
instabiles Gleichgewicht
indifferentes Gleichgewicht

③



$$m_1 = 6 \text{ kg}$$

$$r_1 = 10 \text{ cm}$$

$$m_2 = 10 \text{ kg}$$

$$r_2 = 30 \text{ cm}$$

$$m_3 = 4 \text{ kg}$$

$$r_3 = 80 \text{ cm}$$

Schwerpunkt eines Systems:

$$H \vec{r}_S = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{r}_i$$

H = Gesamtmasse

$\vec{r}_S$ = Entfernung zum Schwerpunkt

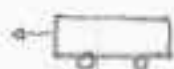
$$(m_1 + m_2 + m_3) \cdot r_S = m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_3 r_3$$

$$r_S = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_3 r_3}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$r_S = \frac{6 \text{ kg} \cdot 10 \text{ cm} + 10 \text{ kg} \cdot 30 \text{ cm} + 4 \text{ kg} \cdot 80 \text{ cm}}{(6 \text{ kg} + 10 \text{ kg} + 4 \text{ kg})} = \frac{680 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{20 \text{ kg}}$$

$$r_S = \underline{\underline{34 \text{ cm}}}$$

④



$$m_1 = 18 \text{ t}$$

$$m_2 = 14 \text{ t}$$

$$v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Impuls vor dem Stoß = Impuls nach dem Stoß

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

- ⑤ Pistolenkugel $10g = m_p$ $\text{mit } v_p$
 Holzblock $m_H = 2 \text{ kg}$
 $H = 5 \text{ cm}$

2 Teile: Impuls und Energie

1. Teil:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_p v_p + m_H v_H = m_p v_p' + m_H v_H' \quad \text{wobei } v_p' = v_H'$$

$\downarrow$
 $= 0$

$$v_p' = \frac{m_p}{m_p + m_H} \cdot v_p$$

2. Teil:

$$W_{kin} = W_{pot} \rightarrow \text{aufgewandte Energie um H zu erreichen!}$$

$$\frac{1}{2} (m_p + m_H) (v_p')^2 = (m_p + m_H) \cdot g \cdot H \quad | : (m_p + m_H)$$

$$\frac{1}{2} (v_p')^2 = g \cdot H$$

$$(v_p')^2 = 2 \cdot g \cdot H$$

$$v_p' = \sqrt{2gH}$$

Oben eingesetzt: $\sqrt{2gH} = \frac{m_p}{m_p + m_H} \cdot v_p$

$$v_p = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \cdot \frac{m_p + m_H}{m_p} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 0,05 m} \cdot 201$$

$$= 199,1 \frac{m}{s}$$

- ⑥ Kugel $m_K = 15 \text{ g}$, $v_K = 220 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_K' = 110 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 Holzblock $3 \text{ kg} = m_H$

$$m_K v_K + m_H v_H = m_K v_K' + m_H v_H'$$

$\downarrow$ $220 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\downarrow$ $= 0$ $\downarrow$ $110 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\downarrow$ $?$

$$0,015 \text{ kg} \cdot 220 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,015 \text{ kg} \cdot 110 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3 \text{ kg} \cdot v_H'$$

$$v_H' = \frac{0,015 \text{ kg} \cdot 220 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,015 \text{ kg} \cdot 110 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ kg}} = 0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$\sim \omega_{\text{kin}} = \omega_{\text{pot}}$

$$\frac{1}{2} m_H (v_H')^2 = m_H \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{(v_H')^2}{2g} = \frac{(0,55 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,015 \text{ m}$$

- ⑦ Auto $m = 1,500 \text{ kg}$

im Bahngeschwindigkeit v

Kreisbahn $r = 25 \text{ m}$

Drehimpuls $L = 4 \cdot 10^5 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$

$$L = I \omega$$

$$I = \frac{1}{2} m r^2$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$L = \frac{1}{2} m r^2 \cdot \frac{v}{r}$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot r \cdot v$$

$$v = \frac{L}{\frac{1}{2} m r} = \frac{4 \cdot 10^5 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}}{\frac{1}{2} \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 25 \text{ m}} = 21,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.4-1

4 Fundamentalgrößen des SI-Systems

- ① Länge l , gemessen in m (Meter)
- ② Zeit t , gemessen in s (Sekunden)
- ③ Masse m , gemessen in kg (Kilogramm)
- ④ Kraft $\vec{F}$, gemessen in N (Newton) = $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

5.4-2:

$$80 \text{ km/h} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$80 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.4-3:

$$\text{Kupferdichte} \quad 8,93 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{in} \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$8,93 \cdot \frac{0,001 \text{ kg}}{0,000\,001 \text{ m}^3} = 8,93 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

5.4-4:

$$15000 \text{ kg} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ kg} = 1,5 \text{ e}^4 \text{ kg}$$

$$0,0030 \text{ m} = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,0 \text{ e}^{-3} \text{ m}$$

$$2600000 \text{ m} = 2,6 \cdot 10^6 \text{ m} = 2,6 \cdot 10^2 \text{ km}$$

$$34000 \text{ J} = 3,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

momentane Beschleunigung:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$= 2,5 \frac{m}{s} \cdot 10 = 10 \frac{m}{s^2}$$

2. Ableitung von $\vec{r} = x(t)$

$$\vec{r}^{(2)} = x''(t) = 2,5 \frac{m}{s} \cdot 10$$

1.1-3:

$t = 2s$ am Ort $x = 0,1 m$

$$v_0 = 2 \frac{m}{s}$$

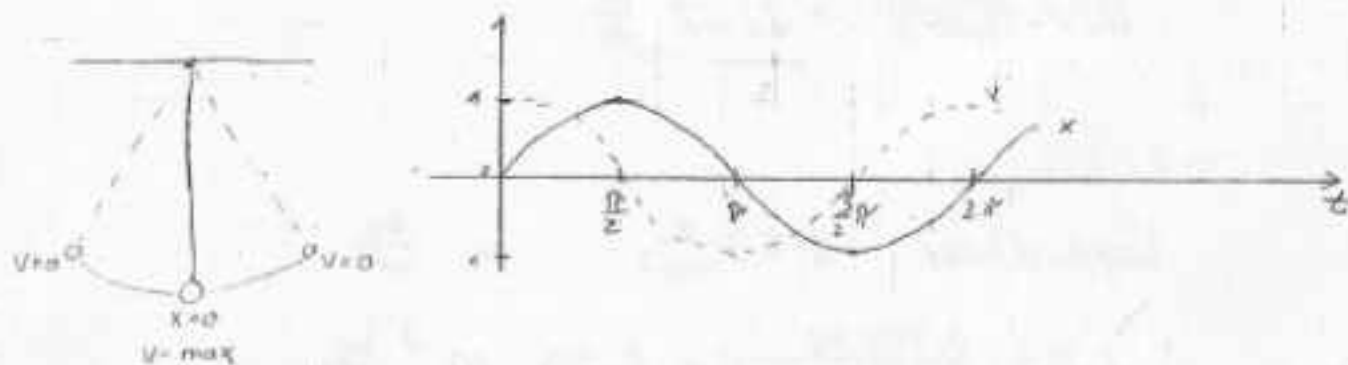
$v(t) = v_0 \cos(\omega t)$
Beschreibt Pendelbewegung!

$$\omega = 4 \frac{1}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

x bei $t = 10s$?

a bei $t = 10s$?



da Periodenbewegung sich alle $\frac{2\pi}{T}$ wiederholt, gilt

$$\cos(\omega(t^* + n \cdot T)) = \cos(\omega t^*)$$

Wichtig um Taschenrechner
zu "überlisten"

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} s \approx 1,57 s$$

$$t^* + n \cdot T = 10s$$

$$t^* = 10s - n \cdot T \Rightarrow n = 6, \text{ da } \frac{10s}{T} = 6,36 \text{ Perioden}$$

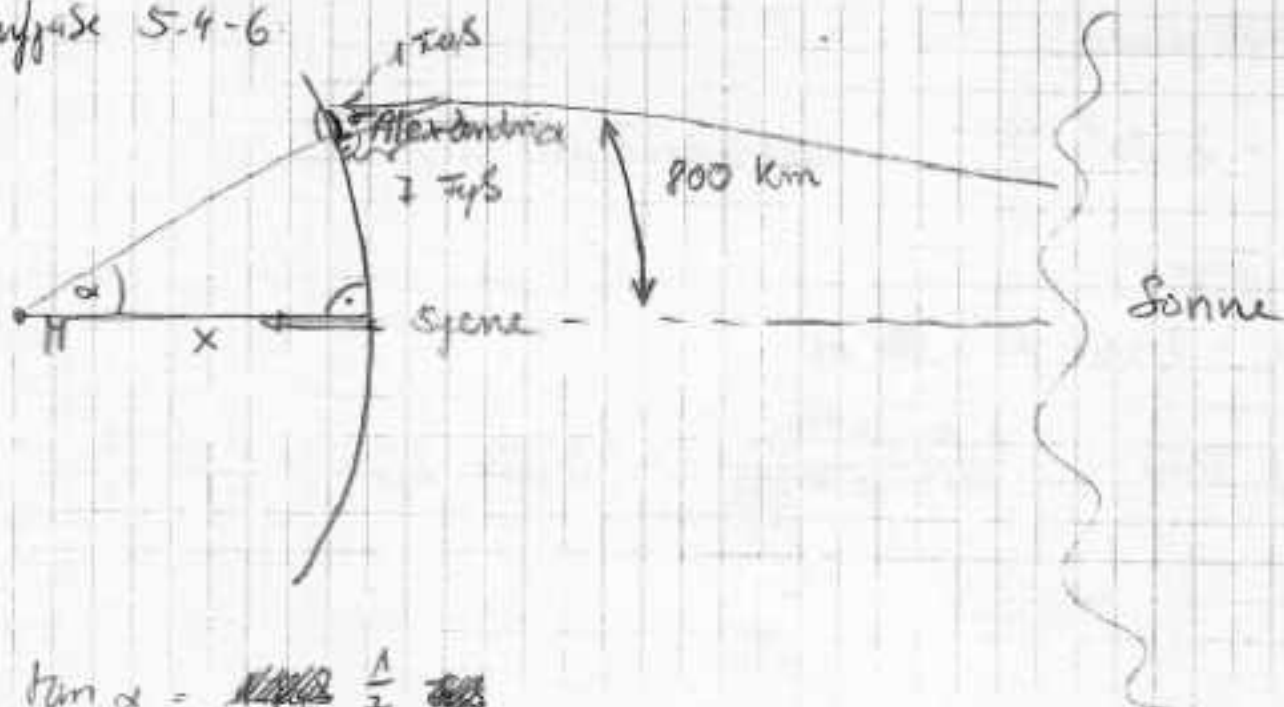
$$t^* = 0,58 s$$

$$v(10s) = v_0 \cdot \cos(\omega t^*)$$

$$= 2 \frac{m}{s} \cdot \cos(4 \frac{1}{s} \cdot 0,58s)$$

$$= -1,36 \frac{m}{s} \text{ "gegenwärtige" Bewegung}$$

Aufgabe 5.4-6



$$\tan \alpha = \frac{800 \text{ km}}{x}$$

$$\alpha = 8,1^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{800 \text{ km}}{x}$$

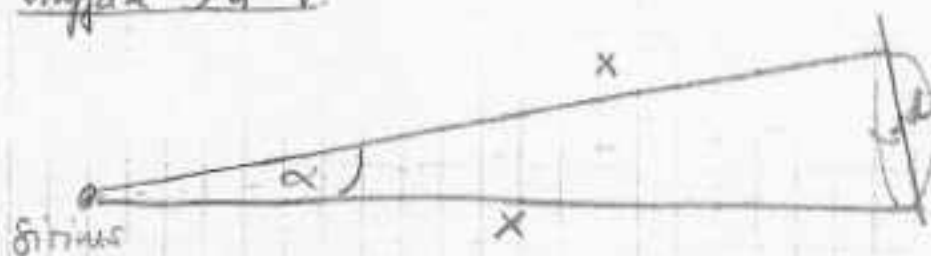
$$x = \frac{800 \text{ km}}{\frac{1}{7}} = 5600 \text{ km}$$

$$\Rightarrow \text{Umfang Erde} = 2\pi x$$

$$= 2\pi \cdot 5600 \text{ km} = 35185 \text{ km}$$

aber mit 360° rechnen.

Aufgabe 5.4-7



$$\alpha = 0,7'' = 1,94 \cdot 10^{-4}^\circ$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{d/2}{x}$$

$$d = \text{Erdbahndurchmesser} = 3 \cdot 10^8 \text{ km}$$

$$x = \text{Erde Sirius}$$

$$x = \frac{d/2}{\tan \frac{\alpha}{2}}$$

$$1 \text{ Grad} = 60 \text{ Bogenminuten } (0,7')$$

$$= 60 \cdot 60 \text{ Bogensekunden } (0,7'')$$

$$x = 8,84 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

In Lichtjahren:

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Lichtgeschwindigkeit in 1 sec.

In 1 Jahr:

$$c \cdot 1 \text{ a} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

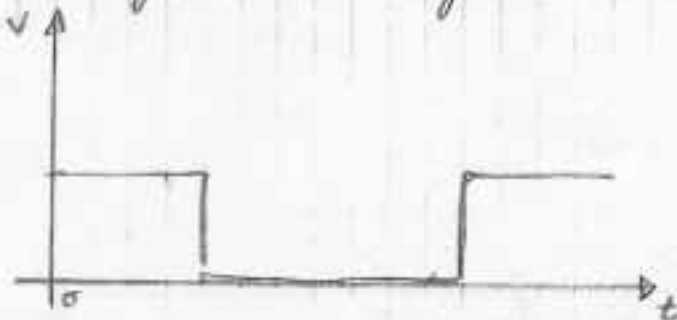
$$\text{Entfernung Sirius} = \frac{8,84 \cdot 10^{13} \text{ km}}{9,46 \cdot 10^{15} \frac{\text{km}}{\text{Lj}}} = 9,34 \text{ Lj.}$$

Aufgabe 1.1-1:

Weg-Zeit-Diagramm



Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm



Aufgabe 1.1-2:

$$\vec{r} = x(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$t = 1 \text{ s} \rightarrow x(1) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (1 \text{ s})^2 = 5 \text{ m}$$

$$t = 2 \text{ s} \rightarrow x(2) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2 \text{ s})^2 = 20 \text{ m}$$

$$t = 3 \text{ s} \rightarrow x(3) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (3 \text{ s})^2 = 45 \text{ m}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = 2 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t = 2 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Momentangeschwindigkeit zur Zeit 5 s.

mittlere Geschwindigkeit

$$v_{\text{mittel}} = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{125 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta \vec{r} = x(5 \text{ s}) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ s}^2 = 125 \text{ m}$$

$$\Delta t = 5 \text{ s}$$

momentane Beschleunigung:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$= 2 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2. Ableitung von $\vec{r} = x(t)$

$$\vec{r}' = x'(t) = 2 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10$$

1.1-3:

$$t = 2 \text{ s am Ort } x = 0,1 \text{ m}$$

$$v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t)$$

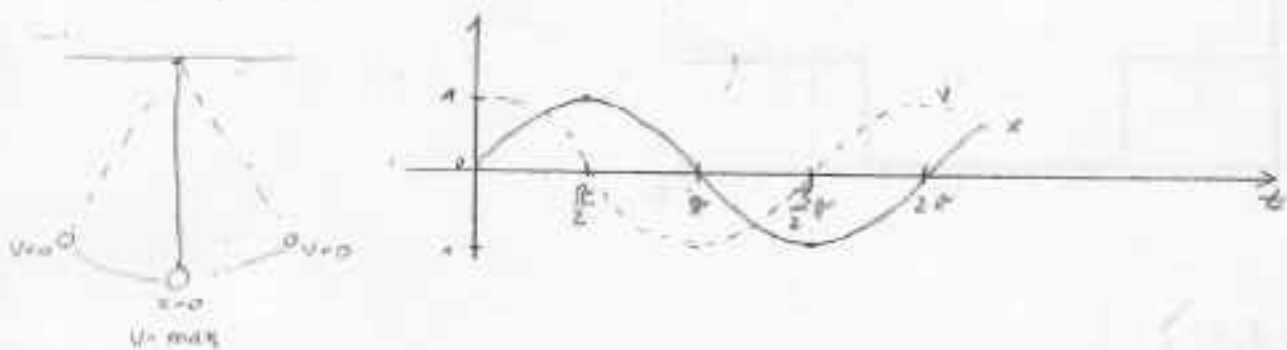
Berechne Pendelbewegung!

$$\omega = 4 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

x bei $t = 10 \text{ s}$?

a bei $t = 10 \text{ s}$?



da Periodenlänge sich alle $\frac{2\pi}{\omega}$ wiederholt, gilt

$$\cos(\omega(t + nT)) = \cos(\omega t) \quad n \in \mathbb{Z}$$

Wichtig am Taschenrechner
zu "überprüfen"

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} \text{ s} = 1,57 \text{ s}$$

$$t^* + n \cdot T = 10 \text{ s}$$

$$t^* = 10 \text{ s} - n \cdot T \Rightarrow n = 6, \text{ da } \frac{10 \text{ s}}{T} = 6,36 \text{ Perioden}$$

$$t^* = 0,58 \text{ s}$$

$$v(10 \text{ s}) = v_0 \cdot \cos(\omega t^*)$$

$$= 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos(4 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,58 \text{ s})$$

$$= -1,36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{"gegenwärtige" Bewegung}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\rightarrow v'(t) = v_0 \omega \cdot (-\sin(\omega t)) \quad \text{auch } t^* \text{ möglich, da Periodenwiederholung auch für Sin gilt!}$$

$$a = 2 \frac{m}{s} \cdot 4 \frac{1}{s} (-\sin(4 \frac{1}{s} \cdot 0,58 s))$$

$$= -5,86 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \int v dt$$

$$= \int v_0 \cos(\omega t) dt$$

$$= v_0 \sin(\omega t) \frac{1}{\omega} + C$$

* C ausrechnen

$$0,1 m = 2 \frac{m}{s} \sin(4 \frac{1}{s} \cdot 2 s) \frac{1}{4 \frac{1}{s}} + C$$

$$C = 0,1 m - 2 \frac{m}{s} (\sin 8) \cdot \frac{1}{4 \frac{1}{s}}$$

$$= -0,39 m$$

$\rightarrow x$ für 10 sec.

$$x = 2 \frac{m}{s} \sin(4 \frac{1}{s} \cdot 0,58 s) \frac{1}{4 \frac{1}{s}} + -0,39 m$$

$$= -0,0232 m$$

$$= -2,32 cm$$

1.1-6 ?

Teilchen mit Beschleunigung $\vec{a}(t) = (a_x = 3, a_y = 4) \frac{m}{s^2}$

$$t_0 = 0$$

$$\vec{r}(0) = \begin{cases} x = 4 \text{ m} \\ y = 3 \text{ m} \end{cases}$$

$$\vec{v}(0) = \begin{cases} x = 2 \frac{m}{s} \\ y = -9 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\vec{v}(2s) ? ; x(4s) ?$$

Da 2-D, Koordinatenweise rechnen!

$$\vec{v} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_0$$

für $t = 2s$

$$\vec{v}(2s) = \begin{cases} v_x = 3 \frac{m}{s^2} \cdot 2s + 2 \frac{m}{s} = 8 \frac{m}{s} \\ v_y = 4 \frac{m}{s^2} \cdot 2s + (-9 \frac{m}{s}) = -1 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 + \vec{v}_0 t \text{ da Beschleunigung konstant und Geschwindigkeit vorhanden}$$

$$\vec{x}(2s) = \begin{cases} 4 \text{ m} + \frac{1}{2} 3 \frac{m}{s^2} \cdot 4s^2 + 2 \frac{m}{s} \cdot 4s = 36 \text{ m} \\ 3 \text{ m} + \frac{1}{2} 4 \frac{m}{s^2} \cdot 4s^2 + (-9 \frac{m}{s}) \cdot 4s = -1 \text{ m} \end{cases}$$

Nach prüfen, Physik, 16. Auflage, Springer, Verlag Seite 13/14

Aufgabe 1.3-2:

Winkel α ?

v_0 , x maximal

$y = 0$, Abwurfhöhe ist Aufstellhöhe

siehe auch Bild Folie 34!

Aufgabe 1.3-3:

$$a = -6 \frac{m}{s^2}$$

gew. x , t bei $v = 0$

$$v(t) = a \cdot t + v_0 = 0$$

$$t = -\frac{v_0}{a}$$

$$= \frac{v_0}{6} \text{ s}$$

Bremsweg

$$\frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + r_0 = r$$

$$\frac{1}{2} \left(-6 \frac{m}{s^2}\right) \left(\frac{v_0}{6} s\right)^2 + v_0 \frac{v_0}{6} s + r_0 = r$$

$$-\frac{1}{12} v_0^2 m + \frac{v_0^2}{6} m + r_0 = r \quad m$$

r_0 soll sein 0 m.

$$\frac{1}{12} v_0^2 m = r$$

1.3-4

$$a = -6,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$r = 45 \text{ m}$$

$$t^?, v_0^?$$

$$v(t) = 0, \quad v(t) = a \cdot t + v_0$$

$$v_0 = -a \cdot t \quad t = -\frac{v_0}{a}$$

$$r = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + r_0 \quad r_0 = 0$$

$$r = \frac{1}{2} a \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 + v_0 \cdot \left(-\frac{v_0}{a}\right) + 0$$

$$r = v_0^2 \left(+\frac{1}{2a} - \frac{1}{a} \right) = v_0^2 \left(-\frac{1}{2a} \right)$$

$$v_0 = \sqrt{r \cdot \left(-\frac{2a}{1}\right)}$$

eingelegt

$$v_0 = \sqrt{45 \text{ m} \cdot \left(-\frac{2}{1} \cdot (-6,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})\right)} = 24,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{in } t \text{ eingelegt: } t = -\frac{24,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-6,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,72 \text{ s}$$

1.3-5:

$$a = \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot t \quad \text{für } v(5\text{s}), x(5\text{s})$$

$$v_0 = 0 \text{ da Startgeschwindigkeit}$$

$$\rightarrow v(5\text{s}) = \frac{1}{2} \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot 5\text{s} \cdot 5\text{s} + 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \int a \, dt \text{ da } a \text{ von } t \text{ abhängt!}$$

$$= 37,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$r(5\text{s}) = \int v(t) \, dt + c = \int \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 \, dt = \frac{1}{6} a_0 t^3 + c$$

$$c = 0, \text{ da vom Boden gehalten wird!}$$

(X)

$$x\left(t = \frac{v_0}{a}\right) = \frac{1}{2}(-a) \cdot \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{a}\right) + x_0 = v_0^2/2a$$

Aufgabe 1.3-4: Ein Auto bremsst mit einer Verzögerung von $6,5 \text{ m/s}^2$ und legt bis zum Stillstand 45 m zurück. Wie groß sind Bremszeit und Anfangsgeschwindigkeit?

Lösung Aufgabe 1.3-4: $3,72 \text{ s}$, $24,2 \text{ m/s}$.

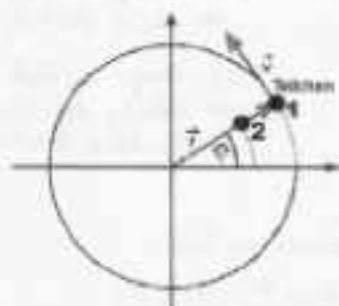
Aufgabe 1.3-5: Eine Rakete beschleunigt beim Start mit $a = (3 \text{ m/s}^3)t$. Wie groß sind Geschwindigkeit und zurückgelegter Weg nach 5 s ?

Lösung Aufgabe 1.3-5: $35,7 \text{ m/s}$, $62,5 \text{ m}$.

$$\begin{aligned} \textcircled{X} \quad r(5s) &= \frac{1}{6} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}^3}\right) \cdot (5s)^3 \\ &= 62,5 \text{ m} \end{aligned}$$

37

1.3.3 Die gleichförmige Kreisbewegung



$\vec{r}$ ist Ortsvektor. Deshalb $|\vec{r}| = r$ (Radius)
bei gleichförmiger
Kreisbewegung.
Bei Sp. rate nicht mehr!

Abb. 1-17: Teilchen 1 und 2 bewegen sich auf einer Scheibe. In gleichen Zeiten, legen sie verschiedene Strecken zurück, überstreichen aber den gleichen Winkel ϕ .

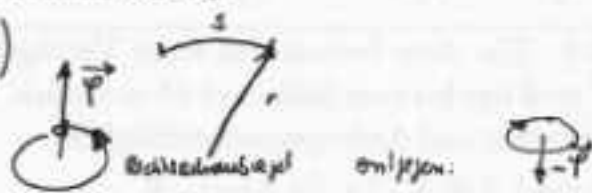
Teilchen 1 und 2 haben verschiedene Bahngeschwindigkeiten v , aber die gleiche Winkelgeschwindigkeit $\omega = d\phi/dt$:

$$r(r, \phi(t)) \text{ oder } r(x, y) = \begin{cases} x = r \cdot \cos\phi(t) \\ y = r \cdot \sin\phi(t) \end{cases}$$

38

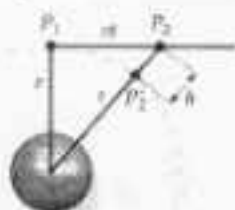
Charakteristische Größen der Kreisbewegung:

- Weg s (Bogenlänge)
- Winkel φ ($\vec{\varphi}$)
- Bahngeschwindigkeit $\vec{v} = \omega \cdot r$
- Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} \left(= \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \right) = \frac{v}{r}$
- Umlaufzeit $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$
- Frequenz $f = \frac{\omega}{2\pi}$



39

Bestimmung der Zentripetalbeschleunigung a_z



- Ist $h < r$, in Fall $< h$
 $\Rightarrow$ Objekt fällt in Spiralbewegung auf Erde
- Ist $h > r$, in Fall $> h$
 $\Rightarrow$ Objekt fliegt von der Erde weg, also keine Umlaufbahn

Abb. 1-18: Auf einer Kreisbahn „fällt“ ein Satellit immer zur Erde.

Ohne anziehende Kraft würde ein Satellit von P_1 nach P_2 wandern, damit er in P_2 erreicht muss er um die Höhe h fallen:

$$(v \cdot t)^2 + r^2 = (r + h)^2 = r^2 + 2rh + h^2$$

Ist t sehr klein $\Rightarrow r \gg h$ und $r \cdot h \gg h^2$

$$\Rightarrow 2rh \approx v^2 \cdot t^2 \Rightarrow h \approx \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{r} \right) t^2$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot a_z \cdot t^2$$

a_z ist Zentripetalbeschleunigung, die Satellit beim Umlaufen auf der Kreisbahn erfährt.

$$a_z = \frac{v^2}{r}$$

40

Auf: 1.3-6

$$f = 60 \frac{1}{s}$$

Umlaufgeschwindigkeit ω ?

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 60 \frac{1}{s} = 377,0 \frac{1}{s}$$

Auf: 1.3-7

$$r = 2 \text{ m}$$

Bahngeschwindigkeit? $\vec{v} = \omega \cdot r$

$$f = 2 \frac{1}{s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 \frac{1}{s} = 12,57 \frac{1}{s}$$

$$\vec{v} = \omega \cdot r = 12,57 \frac{1}{s} \cdot 2 \text{ m} = 25,13 \frac{\text{m}}{s}$$

$$\text{in km/h: } 25,13 \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{10^{-3} \cdot 3600}{s}} = 90,48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

1.3-8.

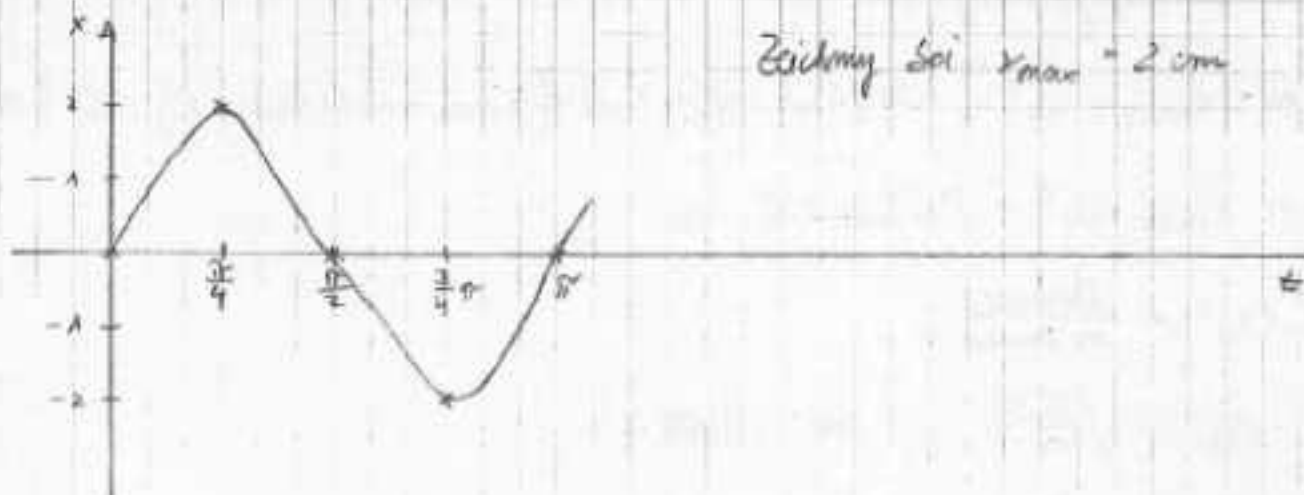
$$m = 2 \text{ kg}$$

$$D = 8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{8 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{2 \text{ kg}}} = 2 \frac{1}{\text{s}}$$

$$T = \frac{2\pi}{2 \frac{1}{\text{s}}} = \pi \text{ s}$$



1.3-9.

$$f = 3 \frac{1}{\text{s}} = 3 \text{ Hz}$$

$$m = 200 \text{ g}$$

$$\omega_0 = f \cdot 2\pi = 3 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2\pi = 18,85 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad | \text{quadri}$$

$$\omega_0^2 = \frac{D}{m}$$

$$D = \omega_0^2 \cdot m = \left(18,85 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$= 71,06 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

13-10:

$$x(t) = x_{\max} \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

$$x'(t) = x_{\max} \cdot \omega_0 \cdot (-\sin(\omega_0 t - \varphi))$$

$$x''(t) = x_{\max} \cdot \omega_0^2 \cdot (-\cos(\omega_0 t - \varphi))$$

in Bewegungsgleichung einsetzen:

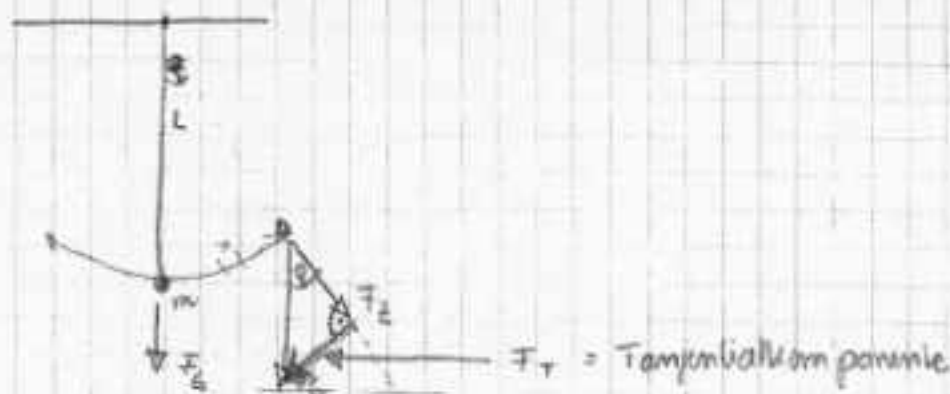
$$m \cdot x_{\max} \cdot \omega_0^2 \cdot (-\cos(\omega_0 t - \varphi)) + D \cdot (x_{\max} \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi)) = \sigma \cdot \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

$$-m \cdot x_{\max} \cdot \omega_0^2 + D \cdot x_{\max} = \sigma$$

$$\omega_0^2 = \frac{D x_{\max}}{m x_{\max}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \Rightarrow \text{HURRA!}$$

1.3-M:



$$F_g = m \cdot g$$

$$F = m \cdot a!$$

$$F_z = m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

$$F_t = -m \cdot g \cdot \sin \varphi$$

$$m \cdot a = -m \cdot g \cdot \sin \varphi$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{Zerlegung an der Stelle } x!$$

$$\text{hier ist } a = L \cdot \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} \quad \text{Weil } \sin \varphi$$

einsetzen:

$$m \cdot L \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \underbrace{\sin \varphi}_{\sin \varphi \approx \varphi}$$

$$(1) \quad m \cdot L \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} + m \cdot g \cdot \varphi = 0$$

$$\varphi(t) = \varphi_{\max} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$$

$$\varphi'(t) = \varphi_{\max} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \cdot \omega_0$$

$$\varphi''(t) = \varphi_{\max} \cdot (-\sin \omega_0 t) \cdot \omega_0^2$$

$\Rightarrow$ einsetzen in Gleichung (1)

$$m \cdot L (\varphi_{\max} (-\sin \omega_0 t) \cdot \omega_0^2) + m \cdot g \cdot (\varphi_{\max} \cdot \sin \omega_0 t) = 0 \quad | : \sin \omega_0 t$$

$$-m \cdot L \cdot \varphi_{\max} \cdot \omega_0^2 + m \cdot g \cdot \varphi_{\max} = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{m \cdot g \cdot \varphi_{\max}}{m \cdot L \cdot \varphi_{\max}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Pendelfrequenz ist nicht abhängig von Masse!
 $\Rightarrow$ kann bestimmt werden!

Aufgabe 1.1-1:



$$r = 30 \text{ mm}$$

$$q_1 = -0,02 \text{ nC} = -0,02 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$q_2 = -0,08 \text{ nC} = -0,08 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$F_{\text{Coul}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \left| \frac{\vec{r}}{r} \right|$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

$$F_{\text{Coul}} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}} \cdot \frac{(-0,02 \text{ nC}) \cdot (-0,08 \text{ nC})}{(0,03 \text{ m})^2}$$

$$= \frac{1}{1,113 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2}{(0,03 \text{ m})^2}$$

$$= 15,97 \text{ N}$$

$$F_{q_1} = F_{q_2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2 \cdot q_2}{r_2^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2 \cdot q_1}{(r-r_2)^2} \quad | : \frac{1}{4\pi\epsilon_0} | : q_2$$

$$\frac{q_2}{(r_2)^2} = \frac{q_1}{(r-r_2)^2} \quad | \text{ auf Hauptnenner bringen}$$

$$\frac{q_2(r-r_2)^2 - q_1 r_2^2}{r_2^2 (r-r_2)^2} = 0 \rightarrow \text{Damit ein Bruch Null wird, muss einer seiner Ausdrücke Null sein}$$

→ Zähler = 0
(Nenner = 0 darf nicht sein)

$$\Rightarrow q_2(r-r_2)^2 - q_1 r_2^2 = 0$$

$$q_2(r^2 - 2rr_2 + r_2^2) - q_1 r_2^2 = 0$$

$$r^2 q_2 - 2q_2 r r_2 + q_2 r_2^2 - q_1 r_2^2 = 0$$

$$\underbrace{(q_2 - q_1)}_a r_2^2 - \underbrace{2q_2 r}_b r_2 + \underbrace{r^2 q_2}_c = 0 \quad | \text{ Mitternachtsformel}$$

$$\Rightarrow r_{2,1/2} = \frac{-(-2q_2 r) \pm \sqrt{(-2q_2 r)^2 - 4 \cdot (q_2 - q_1) r^2 q_2}}{2(q_2 - q_1)}$$

$$= \frac{2q_2 r \pm \sqrt{4q_2^2 r^2 - 4q_2^2 r^2 + 4q_1 r^2 q_2}}{2(q_2 - q_1)}$$

$$r_{12} = \frac{2q_2r \pm \sqrt{4q_1q_2r^2}}{2(q_2 - q_1)}$$

eingesetzt:

$$r_{12} = \frac{2 \cdot (-0,08 \cdot 10^{-9} \text{ C}) \cdot 30 \text{ mm} \pm \sqrt{4 \cdot 1,16 \cdot 10^{-21} \text{ C}^2 \cdot 900 \text{ mm}^2}}{2 \cdot (-0,06 \cdot 10^{-9} \text{ C})}$$

$$= \frac{-4,8 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{mm} \pm \sqrt{5,76 \cdot 10^{-18} \text{ C}^2 \cdot \text{mm}^2}}{-1,2 \cdot 10^{-10} \text{ C}}$$

$$r_{21} = +60 \text{ mm} \rightarrow \text{kann nicht sein, da } r \text{ nur } 30 \text{ mm!}$$

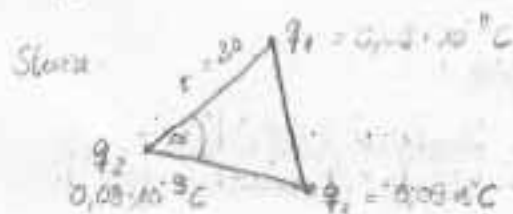
$$r_{22} = +20 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \text{Lösung } r_{22} = 20 \text{ mm,}$$

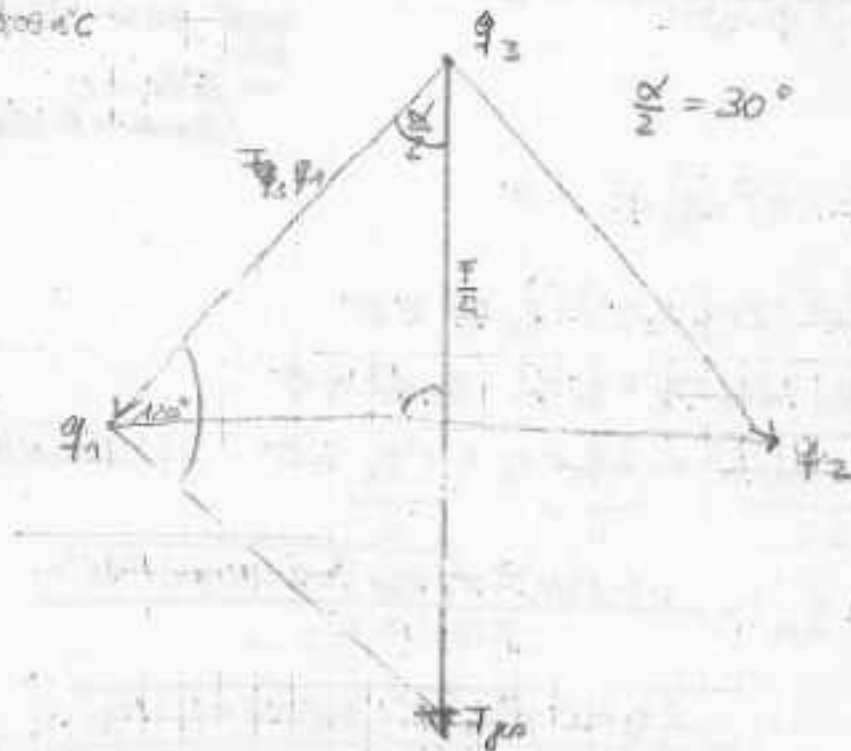
$\Rightarrow$ Die Ladung ist von q_2 $r_2 = 20 \text{ mm}$ entfernt,

bzw von q_1 $r_1 = 10 \text{ mm}$.

Aufgabe 1.1-2:



F_{Coul} von q_3 ?



$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{F}{2}}{r_{q_1q_3}}$$

$$\Rightarrow F = 2 \cdot F_{q_1 q_3} \cdot \cos 30^\circ$$

=

$$\begin{aligned} F_{q_1 q_3} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(q_3)^2}{r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm}} \cdot \frac{(0,09 \cdot 10^{-9} C)^2}{(0,03 m)^2} \\ &= \frac{1}{1,126 \cdot 10^{-11} \frac{C^2}{Nm}} \cdot \frac{8,1 \cdot 10^{-12} C^2}{0,9 m^2} \\ &= 0,081 N \end{aligned}$$

$$F_{\mu} = 2 \cdot 0,081 N \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 0,14 N$$

Aufgaben

Aufgaben dieses Typs mit Lösungsweg: Tipler, P.A.; *Physics for Scientists and Engineers*; 4th. Ed.; Freeman, New York, 1999. (Example 22-6 bis 22-9, Seiten 668-674).

Aufgabe 1.1-3: In welcher Entfernung von einer Punktladung ($2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$) hat die Feldstärke den Wert 200 N/C ?

Lösung Aufgabe 1.1-3: 3 m

Elektrische Feldstärke: $\vec{E} = 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

$$q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

$$r = ?$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad | \cdot r^2 \quad | : \vec{E}$$

$$r^2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot \vec{E}}$$

$$r = \sqrt{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot \vec{E}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}} \cdot 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}}}$$

$$\approx 3 \text{ m}$$

13

Aufgabe 1.1-4: Das konstante elektrische Feld zwischen den Ablenkplatten eines Oszillograph ist 30 kN/C . Welche Kraft wirkt auf ein Elektron ($m = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$), und welche Beschleunigung erfährt es?

Lösung Aufgabe 1.1-4: $4,81 \text{ E-15 N}$, $5,28 \text{ E15 m/s}^2$.

$$\vec{E} = 30 \frac{\text{kN}}{\text{C}} = 30 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$F = m \cdot a$$

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\begin{aligned} \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} &\Rightarrow \vec{F} = \vec{E} \cdot q \\ &= 30 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ &= 4,81 \cdot 10^{-15} \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F = m \cdot a &\Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{4,81 \cdot 10^{-15} \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \\ a &= 5,28 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

14

1.1.4 Spannung und Potential

Arbeit um q vom Punkt A zum Punkt B zu bewegen:

$$W_{AB} = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = - \int_A^B \vec{F}_{\text{elst.}} \cdot d\vec{r} = - \int_A^B q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Minuszeichen, weil man Arbeit aufwenden muss.

Elektrische Spannung

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Ohne Reibung gilt:

$$U_{AB} - U_{BA} = 0 = \oint \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



$\oint$ = Ring integral
Integral über eine geschlossene Kurve

15

Das elektrische Potential gibt alle Spannungen in Bezug auf einen Punkt an.

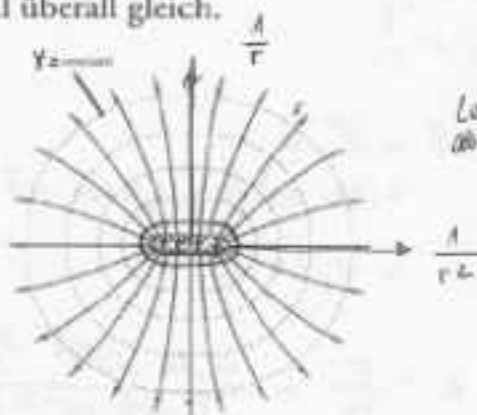
$\phi = U$

ϕ , Einheit: [Nm/C = Volt]

Bezugspunkt ist häufig Erdpotential, ($\phi = 0$). Spannungen heißen dann Potentialdifferenzen:

$$\phi_B - \phi_A = U_{AB}$$

Äquipotentialflächen, Potential überall gleich.

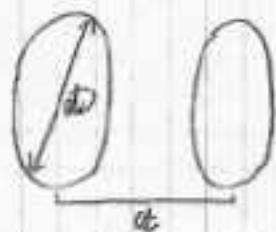


Ladungsdichte ist abhängig von Ladungsform

Abb. 1.1-5: Äquipotentialflächen von Punkt- und Linienladung.

16

Aufgabe 1.1-6



$$D = 12 \text{ cm}$$

$$d = 18 \text{ cm}$$

$$\text{Spannung } \varphi = 270 \text{ V } \left(\frac{\text{Nm}}{\text{C}} \right)$$

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{q}{2\epsilon_0 A} \cdot x$$

gesucht: Feldstärke? $\vec{E}$

$$\text{Kapazität? } C \quad C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \text{Farad } \left(\frac{\text{As}}{\text{V}} \right)$$

Ladung der pos. Platte? q

El. Feld im Plattenkondensator:

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A} \quad \left(2 \cdot \frac{1}{2} \frac{q}{\epsilon_0 A} \right); \quad A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$q =$$

$$\text{Kapazität } C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} (12 \text{ cm})^2 = 113,1 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}} \cdot 1,13 \text{ m}^2}{0,18 \text{ m}}$$

$$= 5,56 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

Potential an einer Platte:

$$\varphi = \varphi_0 - 2 \cdot \frac{Q}{2\epsilon_0 A} \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot d$$

↙
entspricht 2 Plattenkondensator

$$Q = \frac{\varphi \cdot \epsilon_0 A}{d} = \frac{270 \frac{\text{Nm}}{\text{C}} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}} \cdot 1,13 \text{ m}^2}{0,18 \text{ m}}$$

$$\underline{Q = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}}$$

→ d. Feldstärke

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{15 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}} \cdot 1,13 \text{ m}^2}$$
$$= 1499,2 \frac{\text{N}}{\text{C}} \approx 15 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

Aufgabe 1.1-7:

Kapazität $C = 100 \mu\text{F} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

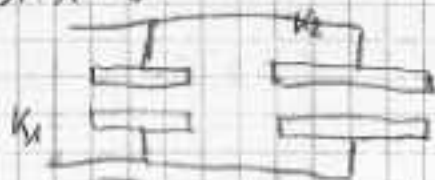
Spannung $U = 30 \text{ V} = u$

Energie? $W = F \cdot s$ (joule = Nm)

hier: Energie im Kondensator $E = \frac{1}{2} C U^2$

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (30 \text{ V})^2$$
$$= \frac{1}{2} 100 \cdot 10^{-6} \frac{\text{AS}}{\text{C}} \left(30 \frac{\text{J}}{\text{C}}\right)^2$$
$$= 0,045 \text{ J}$$
$$= 45 \text{ mJ}$$

1.1-8:



$$K_1: \text{Kapazität } C = 20 \text{ pF} \\ = 20 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$\text{Spannung } U = 30 \text{ kV} \\ = 30 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$C_{\text{ges}} = C_{K1} + C_{K2} \\ = 20 \text{ pF} + 50 \text{ pF} = 70 \text{ pF}$$

$$K_2: \text{Kapazität } C = 50 \text{ pF} \\ = 50 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

Wird nur mit K_1 aufgeladen wird:

$$C_{K1} = \frac{Q_{K1}}{U} \Rightarrow Q_{\text{ges}} = C \cdot U = 20 \text{ pF} \cdot 30 \cdot 10^3 \text{ V} = 60 \text{ nC}$$

$$C_{K1} = \frac{Q_{K1}}{U_{K1}} \quad C_{K2} = \frac{Q_{K2}}{U_{K2}} \quad U_{K1} + U_{K2} = U$$

$$(1) Q_{\text{ges}} = Q_{K1} + Q_{K2}$$

$$U_{K1} = \frac{Q_{K1}}{C_{K1}} \Rightarrow \text{in } K_2 \text{ ein parallel}$$

$$C_{K2} = \frac{Q_{K2}}{\frac{Q_{K2}}{C_{K1}}}$$

$$Q_{K2} = C_{K2} \cdot \frac{Q_{K1}}{C_{K1}}$$

$$\text{in (1): } Q_{\text{ges}} = \left(C_{K2} \frac{Q_{K1}}{C_{K1}} \right) + Q_{K1}$$

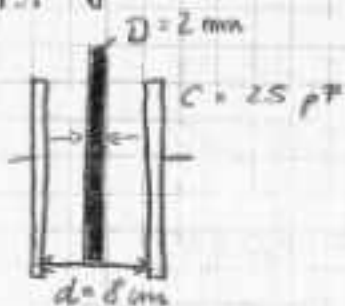
$$Q_{K1} = \frac{Q_{\text{ges}}}{\frac{C_{K2}}{C_{K1}} + 1}$$

$$Q_{K1} = \frac{60 \cdot \text{nC}}{\frac{50 \cdot 10^{-12} \text{ F}}{20 \cdot 10^{-12} \text{ F}} + 1} = 17,1 \cdot 10^{-3} \text{ C} \\ = 17,1 \text{ nC}$$

$$\Rightarrow Q_{K2} = Q_{\text{ges}} - Q_{K1}$$

$$= 60 \text{ nC} - 17,1 \text{ nC} = 42,9 \text{ nC}$$

1.1-9:



$$C_n = 25 \text{ pF} = 25 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$U = 1,0 \text{ kV} = 1 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$d = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$$

$$D_{\text{glas}} = 2 \text{ mm} = 0,002 \text{ m}$$

was Ladung? Q

• Feldstärke? $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{U}{d}$

Kapazität mit Glasplatte? $\epsilon = 6$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1000 \text{ V}}{0,08 \text{ m}} = 12500 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 12,5 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$\begin{aligned} \text{Ladung } Q &= U \cdot C = 1000 \text{ V} \cdot 25 \cdot 10^{-12} \text{ F} \\ &= 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ As} \\ &= 25 \text{ nC} \end{aligned}$$

Kapazität mit Glasplatte:

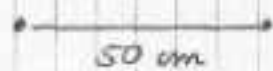
$$C = \frac{Q}{U} \cdot \epsilon$$

$$U_{\text{glas}} = 1,0 \text{ kV}, d_{\text{glas}} = 0,002 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{Q}{\epsilon_0 A} & A &= \frac{Q}{\epsilon_0 E} = \frac{25 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Vm}} \cdot 12500 \frac{\text{V}}{\text{m}}} \\ & & &= 0,259 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{\text{glas}} &= \epsilon_{\text{glas}} \cdot \frac{\epsilon_0 A}{d} = 6 \cdot \frac{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Vm}} \cdot 0,259 \text{ m}^2}{0,002 \text{ m}} \\ &= 6 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 6 \text{ nF} \end{aligned}$$

1.2-10:



$$d = 1 \text{ mm}$$

$$\text{Widerstand } \rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$$

$$I = 6 \text{ A}$$

Spannung U

$$U = R \cdot I$$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 1 \text{ mm}^2 = 0,785 \text{ mm}^2 = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m} \cdot \frac{0,5 \text{ m}}{7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2}$$

$$= 1,083 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$U = R \cdot I = 1,083 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot 6 \text{ A} \\ = 65 \text{ mV}$$

1.2-11:

ges: ρ = spez. Widerstand

$$L = 5 \text{ m}$$

$$d = 0,15 \text{ mm} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{bei } I = 3 \text{ A}, U = 220 \text{ V}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{3 \text{ A}} = 73,33 \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} (0,15 \text{ mm})^2$$

$$= 0,018 \text{ mm}^2$$

$$= 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$\rho = R \cdot \frac{A}{L} \\ = 73,33 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \frac{1,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2}{5 \text{ m}}$$

$$= 2,6 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$$

1.2-12

$$R_v : R_i ?$$

damit Spannungsquelle max Leistung?



$$P = U \cdot I \quad (U = R \cdot I) \\ = R_{\text{ges}} I^2$$

$$R_{\text{ges}} = R_i + R_v$$

$$P = (R_i + R_v) \cdot I^2$$

da R_v ein Verhältnis zu R_i darstellen muss, hat einer der beiden einen bestimmten Vorfaktor x .

$$\Rightarrow R_i = x \cdot R_v$$

$\Rightarrow R_i$ in $x \cdot R_v$ ausgedrückt und eingesetzt:

$$P = (x R_v + R_v) I^2$$

$$= I^2 (x+1) R_v$$

damit P maximal ist muss die Steigung 0 sein.

$\Rightarrow$ 1. Ableitung = 0

$$P' = I^2 (x+1)$$

$$I^2 (x+1) = 0$$

$$x = -1$$

$$R_i = (-1) R_v$$

(-1) ist zu vernachlässigen, da Widerstandsverhältnis 1 ist.

$$\underline{\underline{R_i = R_v}}$$

1.2-13:



3 Kabel

$$D = 2 \text{ mm}$$

$$\rho = 0,0178 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

$$L = 3 \text{ m}$$

a) Widerstand R ?

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

$$A_i = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 4 \text{ mm}^2 \\ = \pi \text{ mm}^2$$

Da Durchmesser und Länge der Kabel gleich, sind auch ihre Widerstände gleich.

$$R_{\text{ges}} = \rho \cdot \frac{L}{3A_i}$$

$$= 0,0178 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{3 \text{ m}}{3 \pi \text{ mm}^2}$$

$$= 5,67 \cdot 10^{-3} \Omega = 5,67 \text{ m}\Omega$$

b) Strom $I = 90 \text{ A}$

Spannung U ?

$$U = R \cdot I = 5,67 \text{ m}\Omega \cdot 90 \text{ A}$$

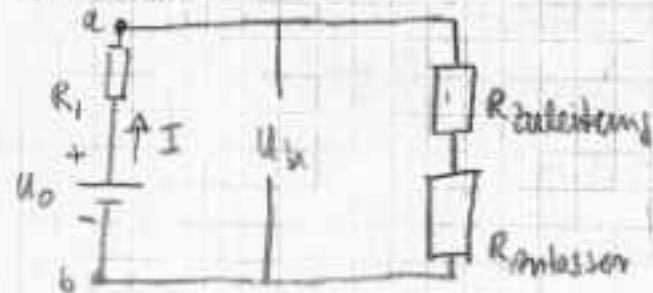
$$= 5,67 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 90 \text{ A}$$

$$= 0,51 \text{ V}$$

c) Leistung P ?

$$P = U \cdot I = 0,51 \text{ V} \cdot 90 \text{ A} = 45,89 \frac{\text{J}}{\text{As}} \cdot \text{A} \\ 45,89 \text{ W}$$

12 - 14



$$R_i = 120 \text{ m}\Omega = 120 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$U_0 = 12,6 \text{ V}$$

$$R = 10 \text{ m}\Omega = 10 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$\text{Shom } I = 60 \text{ A}$$

für U_k

$$\begin{aligned} U_k &= U_0 - R_i \cdot I \\ &= 12,6 \text{ V} - 120 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot 60 \text{ A} \\ &= 5,4 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{\text{gemess}} &= U_0 - (R_i + R_{\text{Zuleitung}}) I \\ &= 12,6 \text{ V} - (120 \cdot 10^{-3} \Omega + 10 \cdot 10^{-3} \Omega) \cdot 60 \text{ A} \\ &= 4,8 \text{ V} \end{aligned}$$

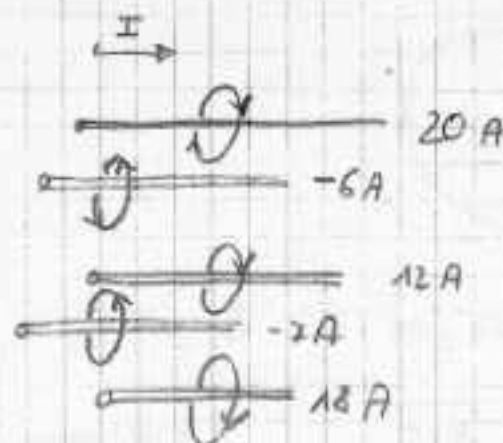
$$\underbrace{R_{\text{Lasten}} + R_i + R_{\text{Zuleitung}}}_{R_{\text{ges}}} = \frac{U_0}{I} = \frac{U_0}{I}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_{\text{Lasten}} &= \frac{U_0}{I} - R_i - R_{\text{Zuleitung}} \\ &= \frac{12,6 \text{ V}}{60 \text{ A}} - 120 \cdot 10^{-3} \Omega - 10 \cdot 10^{-3} \Omega \\ &= 0,08 \Omega = 80 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

Aufgabe 1 3-15



(+)



(-)

gesamt Magnetfeld:



$$r = 10 \text{ mm}$$

magnetische Feldstärke: $\vec{H}$ $H = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r}$ Am^{-1}

$$B = \frac{\Phi}{I_s}$$

$$\begin{aligned} I_{\text{ges}} &= I_1 + \dots + I_5 \\ &= 20\text{A} + (-6\text{A}) + 12\text{A} + (-2\text{A}) + 18\text{A} \\ &= 47\text{A} \end{aligned}$$

$$r = 10 \text{ mm}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

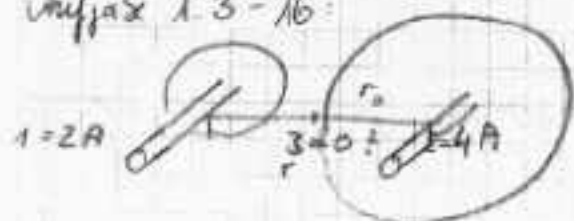
$$c = 2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$B = \frac{I}{2\pi \epsilon_0 c^2 r}$$

$$B = \frac{47\text{A}}{2\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot 0,10 \text{ m}}$$

$$= 9,4 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 94,0 \mu\text{T}$$

Aufgabe 1.3-16:



Magnetfeld verschwindet dort wo $B_1 = B_2$

Wohin $r_0 = \text{Drht}_2 \quad B=0$

$$r = 90 \text{ mm} = 12$$

$$B_1 = B_2 \quad \therefore$$

$$\frac{I_1}{2\pi \epsilon_0 c^2 (r - r_0)} = \frac{I_2}{2\pi \epsilon_0 c^2 r_0}$$

$$\frac{I_1}{2\pi \epsilon_0 c^2 (r - r_0)} - \frac{I_2}{2\pi \epsilon_0 c^2 r_0} = 0 \quad | \cdot 2\pi \epsilon_0 c^2$$

$$\frac{I_1}{(r - r_0)} - \frac{I_2}{r_0} = 0$$

| auf einen Nenner bringen

$$\frac{I_1 r_0 - I_2 (r - r_0)}{r_0 (r - r_0)} = 0$$

| ein Quotient ist null, wenn Zähler oder Nenner Null ist.

$\Rightarrow$ Zähler soll Null sein.

$$I_1 r_0 - I_2 (r - r_0) = 0$$

$$I_1 r_0 - I_2 r + I_2 r_0 = 0$$

$$I_1 r_0 + I_2 r_0 = I_2 r$$

$$r_0 = \frac{I_2 r}{(I_1 + I_2)}$$

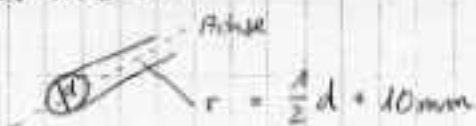
$$= \frac{4A \cdot 90}{(2A + 4A)}$$

$$= 60 \text{ mm}$$

$B = 0$ bei 60 mm vom 4 A-Drht weg, bzw.

30 mm vom 2 A-Drht.

Aufgabe 1.3-A



$$B = \frac{I}{2\pi \epsilon_0 c^2 r}$$

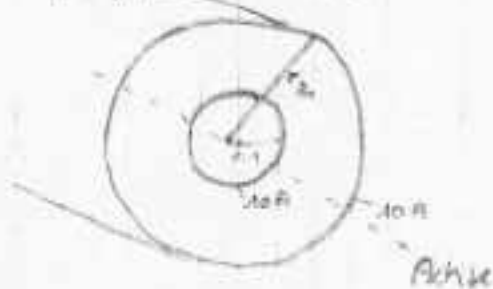
$$I = 20 \text{ A}$$

$$r = 12 \text{ mm}$$

$$= \frac{20 \text{ A}}{2\pi \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (2,99792 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot 0,012 \text{ m}}$$

$$= 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Aufgabe 1.3-B

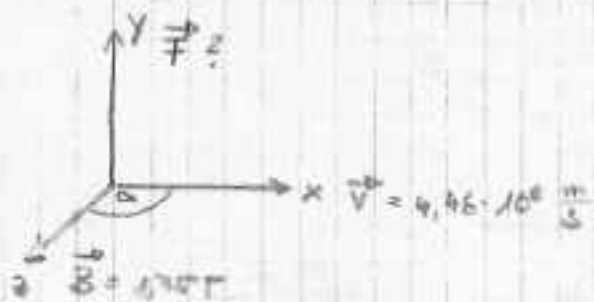


B ? im Abstand 2 cm ?

4 cm ?

$$B = \frac{I}{2\pi \epsilon_0 c^2 r}$$

Aufgabe 13-19:



$$m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

→ Masse eines Protons

→ Elementarladung (ist nur 1 Teilchen)
 $\alpha = 90^\circ$

$$\vec{F} = Q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = Q \cdot (v \cdot B \sin \alpha)$$

$$= 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (4,46 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,75 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \sin 90^\circ)$$

$$= 1,25 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

⇒ F_{Lorentz} ist $1,25 \cdot 10^{-12} \text{ N}$ in y -Richtung.

Aufgabe 13-20:



$$l = 50 \text{ mm}$$

$$I = 1,5 \text{ A}$$

$$\vec{B} = 90 \text{ mT}$$

$$\vec{F} = 4,5 \text{ mN}$$

$$|\vec{F}| = I \cdot \underbrace{|\vec{l}| \times |\vec{B}|}_{|\vec{l}| |\vec{B}| \sin \alpha}$$

Aufgabe 1.3 - 21.

$$B \rightarrow \left[\frac{Vs}{m^2} \right]$$

$$V = \frac{J}{C} \Rightarrow J = V \cdot C$$

$$J = Nm \Rightarrow N = \frac{J}{m}$$

Lorenzkraft

$$\vec{F} = Q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\vec{F}}{Q \vec{v}}$$

in Einheiten $\vec{B} = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{As \cdot \frac{m}{s}}$

$$= \frac{J}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{J}{m} \cdot \frac{s}{Cm}$$

$$= \frac{Js}{Cm^2}$$

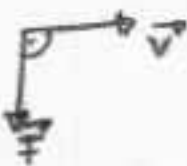
$$= \frac{V \cdot C \cdot s}{m^2}$$

$$\vec{B} = \frac{Vs}{m^2}$$

Aufgabe 1.3 - 22



dann keine Kraft.



$\vec{F} \perp \vec{v}$ immer! Deshalb keine Energielieferung!

Aufgabe 1.5-28:

Spule mit $N = 250$

$$A = 3 \text{ cm}^2 = 0,003 \text{ m}^2$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$B = 0,4 \text{ T}$$

$$U_{\text{ind}} = \underbrace{N \cdot A \cdot B \cdot \omega}_{U_{\text{max}}} \cdot (\sin \omega t)$$

$$U_{\text{max}} = 250 \cdot 0,003 \text{ m}^2 \cdot 0,4 \text{ T} \cdot 376,99 \frac{1}{\text{s}} \\ = 11,31 \text{ V}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi \cdot 60 \frac{1}{\text{s}} \\ = 376,99 \frac{1}{\text{s}}$$

Aufgabe 1.5-29:

Leiterachse $N = 100$

$$b = 10 \text{ cm}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$B = 10 \text{ mT}$$

$$I_{\text{max}} = ?$$

$$R = 10 \Omega$$

$$R = U \cdot I$$

$$U_{\text{max}} = N \cdot A \cdot B \cdot \omega \\ = 100 \cdot 0,1 \text{ m}^2 \cdot 0,01 \text{ T} \cdot 314,16 \frac{1}{\text{s}} \\ = 31,42 \text{ V}$$

$$\omega = 2\pi f \\ = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} = 314,16 \frac{1}{\text{s}}$$

$$A = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2 \\ = 0,1 \text{ m}^2$$

$$R = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{R}{U} = \frac{10 \Omega}{31,42 \text{ V}} = 0,314 \text{ A} \\ = 314 \text{ mA}$$